PACES

MÉDECINE
PHARMACIE
DENTAIRE
SAGE-FEMME

UE3

Physique et biophysique

Dounia Drahy

Toute la physique en 1 volume

- Rappels de cours
- + de 300 QCM et exercices
- Tous les corrigés détaillés

Vuibert

Table des matières

Avant-propos

Cet ouvrage est destiné aux étudiants préparant le concours de PACES (première année commune aux études de santé) et suit le programme officiel de l'unité d'enseignement 3 (UE3) en s'inspirant de plusieurs cours et concours des facultés de médecine française.
Cette année commune aux étudiants en médecine, odontologie, pharmacie, kinésithérapie et maïeutique est complexe et aborde différents aspects de la physique, notamment la physique fondamentale, la biophysique et la physique à but médical.
Les enseignants des différentes facultés de médecine sont tenus de suivre le programme officiel. Cependant, la manière de l'aborder est spécifique à chaque faculté.
Les seize chapitres de cet ouvrage couvrent la majeure partie du programme de physique et biophysique de l'UE3 et ont pour vocation de s'adapter aux diverses manières de le traiter. Les sujets sont abordés de manière générale et chaque étudiant pourra y trouver matière à progresser et à approfondir ses connaissances.
Chaque chapitre répond à quatre objectifs :

Comprendre Avec un résumé du cours sous forme de fiche de révision contenant les formules nécessaires à la résolution des applications et des problèmes.
Appliquer Avec des exercices d'application directe du cours et des équations associées.
S'exercer Avec une série de problèmes sous forme de QCM inspirés des concours PACES de différentes facultés de médecine et d'autres questions susceptibles d'être posées aux prochains examens.
Se perfectionner Avec des corrections détaillées pour comprendre et corriger ses erreurs, consolider ses connaissances et prendre plus d'assurance.

Abréviations

A	ampère
atm	atmosphère
Bq	becquerel
C	coulomb
˚C	degré Celsius
dB	décibel
e	électron
eV	électron-volt
g	gramme
Gy	gray
Hz	hertz
J	joule
K	kelvin
kg	kilogramme
L	litre
m	mètre
mmHg	millimètre de mercure
mol	mole
N	newton
Ω	ohm
osm	osmole
Pa	pascal
rad	radian
s	seconde
sr	stéradian
Sv	sievert
T	tesla
V	volt
W	watt
Wb	weber

Unités du système international (USI) et données physiques

En physique, les unités usuelles ne sont pas forcément celles qu'on utilise lors des applications numériques.
Les formules physiques sont généralement définies avec les unités du système international.

1 Unités du système international (USI)

longueur	**masse**	**temps**	**température**	**quantité de matière**	**intensité**
mètre (m)	kilogramme (kg)	seconde (s)	kelvin (K)	mole (mol)	ampère (A)

2 Unités dérivées

force	**énergie**	**puissance**	**pression**	**tension**
newton (N)	joule (J)	watt (W)	pascal (Pa)	volt (V)
kg.m.s^{-2}	$\text{kg.m}^2\text{.s}^{-2}$	$\text{kg.m}^2\text{.s}^{-3}$	$\text{kg.m}^{-1}\text{.s}^{-2}$	$\text{kg.m}^2\text{.A}^{-1}\text{.s}^{-3}$

3 Valeurs de quelques données physiques (par ordre alphabétique)

Capacité calorifique de l'eau	$C_e = 4\,180\ \text{J.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Constante de Boltzmann	$k = 1{,}3807 \times 10^{-23}$ J. K^{-1}
Constante des gaz parfaits	$R = 8{,}314 J.K^{-1}\text{.mol}^{-1}$
Constante de Planck	$h = 6{,}6256 \times 10^{-34}$ J.s
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W.m}^{-2}\ .\ \text{K}^{-4}$
Constante gravitationnelle	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3\text{.kg}^{-1}\text{.s}^{-2}$
Constante gyromagnétique	$\frac{\gamma}{2\pi} = 42{,}576\ \text{Hz.T}^{-1}$
Curie	$\text{Ci} = 3{,}7 \times 10^8$ Bq
Masse d'un proton	$m_p = 1{,}672623 \times 10^{-27}$ kg

Masse de l'électron	$m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg
Nombre d'Avogadro	$N_a = 6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{7}$ N.A^{-2}
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ kg^{-1}.m^{-3}. A^{2}.s^{4}.
Tension superficielle	interface : eau (savon) / air : 25.10^{-3} N.m^{-1}
Unité atomique	$u = 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg
Vitesse de la lumière	$c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m.s^{-1}

4
Conversion

4.1 La pression

Les équations utilisées en physique nécessitent une pression en pascal.

pascal (Pa) USI	bar (bar)	atmosphère (atm)	millimètre de mercure (mmHg)
1 Pa = 1 N.m^{-2}	1 bar = 10^{5} Pa	1 atm = 1,01325 × 10^{5} Pa 1 atm ≈ 1 bar	760 mmHg = 1 bar

4.2 La température

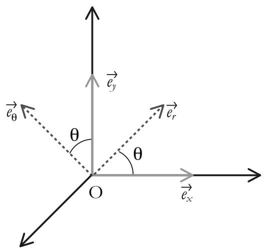
L'unité usuelle de la température est le degré Celsius (°C).
L'unité du système international (USI) est le kelvin (K).
Le lien entre les deux unités est $T_{(\mathrm{K})} = T_{(^\circ\mathrm{C})} + 273{,}15$.
La variation de température en kelvin ou en degré Celsius est la même.

Chapitre 2

Mécanique

1 Définitions

Référentiel : Solide par rapport auquel on décrit le mouvement d'un objet.
Repère : Base orthonormée directe qui définit trois directions et une origine du repère.
Le repère peut être cartésien (O ; $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$) ou cylindrique (O ; $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_z$). Le temps s'écoule de la même façon dans tout le référentiel.



Vecteur position $\overrightarrow{OM}$	Le point M se déplace au cours du temps dans le repère (O ; $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$). À tout instant, on définit son emplacement : $\overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$	
Vitesse d'un point $\vec{v}$	La vitesse est la dérivée temporelle du vecteur position dans le référentiel : $$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$	La vitesse s'exprime en mètre par seconde ($m.s^{-1}$). Si le vecteur vitesse est constant, le mouvement est rectiligne uniforme. Si la vitesse est constante, le mouvement est uniforme.
Quantité de mouvement $\vec{p}$	La quantité de mouvement d'un système est le produit de sa vitesse et de sa masse : $$\vec{p} = m\vec{v}$$	La quantité de mouvement s'exprime en kilogramme par mètre par seconde ($kg.m.s^{-1}$). m : la masse (kg) $\vec{v}$: la vitesse du système ($m.s^{-1}$)
Accélération $\vec{a}$	Le vecteur accélération du point : $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$	Si l'accélération est nulle, le mouvement est rectiligne uniforme. Si l'accélération est constante et positive, le mouvement est uniformément accéléré. Si l'accélération est constante et négative, le mouvement est uniformément ralenti.

2
Les forces

Définition

Les forces sont des actions mécaniques permettant le mouvement. Elles admettent une représentation vectorielle appelée vecteur force.

Vecteur force	Caractérisation : – une direction ; – un sens ; – une norme ; – un point d'application.	Unité de la force : le newton (N). $N \equiv$ kg.m.s^{-2}

Les différentes forces

Un objet ou ensemble d'objets appelé système peut être décrit par un point. Ce modèle est appelé point matériel. Pour étudier le mouvement du système, on n'étudie que le mouvement de son centre de gravité.

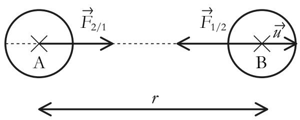
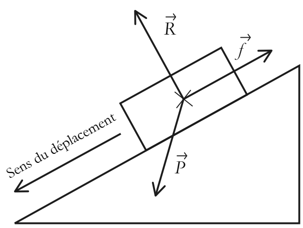
Interaction gravitationnelle $\vec{F}_{1/2}$	Deux objets 1 et 2 de masse m_1 et m_2 et distants de r exercent l'un sur l'autre une force dite gravitationnelle.  $\vec{F}_{1/2} = -\frac{Gm_1\, m_2}{r^2}\vec{u} = -\vec{F}_{2/1}$	F : la force (N) m : les masses (kg) r : la distance (m) G : la constante de gravitation $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3. kg^{-1}.s^{-2}

Schéma représentant les vecteurs forces suivants : le poids (P), la réaction du support (R) et les forces de frottement (f) :



Poids d'un point matériel P	Un point matériel de masse m se trouve à la surface d'une planète de champ de pesanteur g. Le poids est une force verticale dirigée vers le bas. $$\vec{P} = m\vec{g}$$	P : le poids (N) m : la masse (kg) g : le champ de pesanteur (m.s^{-2}) Sur terre, $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.
Réaction du support R	Un point matériel posé sur un support est soumis à une réaction. Cette force est perpendiculaire au support et se dirige vers le haut.	
Force de frottement f	Un point matériel se déplaçant en contact avec le sol ou dans un fluide est soumis à une force qui s'oppose à son mouvement. Expression de la force de frottement fluide : $$\vec{f} = -\lambda\vec{v}$$ avec : $$\lambda = 6\pi\eta R$$	F : la force de frottement (N) v : la vitesse (m.s^{-1}) λ : le coefficient de résistance de l'objet dans le liquide (kg.m.s^{-1}) R : le rayon de la particule (m) η : la viscosité (kg.m^{-1}.s^{-1})

Schéma représentant le vecteur force de rappel élastique :

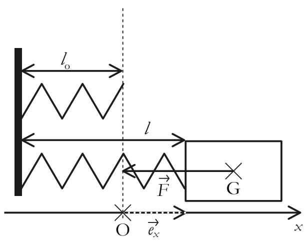
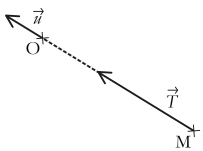
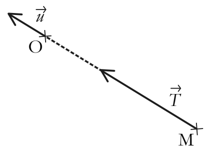


Schéma représentant le vecteur force de tension d'un fil :



Force de rappel élastique F	Un ressort de masse négligeable, de longueur à vide l_0 et de raideur k exerce sur un point matériel une force de rappel proportionnelle à son allongement l. $$\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{e_x}$$	F : la force de rappel (N) l_0 : la longueur à vide (m) k : la raideur du ressort (N.m^{-1}) l : l'allongement du ressort (m)

Schéma représentant le vecteur force de tension d'un fil :



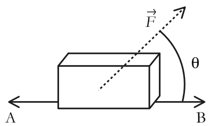
Tension d'un fil T	Un point matériel accroché à l'extrémité d'un fil inextensible de masse négligeable est soumis à une tension. La tension est dirigée selon le fil. $$\vec{T} = T\,\vec{u}$$

3
Les lois de Newton dans un référentiel galiléen

Première loi de Newton ou principe d'inertie	Un objet soumis à des forces extérieures qui se compensent possède un mouvement rectiligne uniforme. Si le solide est au repos, il le reste. $$\vec{0} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$$ Un **référentiel galiléen** est un référentiel où l'on peut appliquer le principe d'inertie.
Deuxième loi de Newton	Soit un point matériel ; la direction et le sens de la somme des forces extérieures sont ceux de la variation du vecteur vitesse au cours du temps (accélération), multipliés par la masse de l'objet étudié. $$m\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$$ De façon générale, on utilise la quantité de mouvement : $$\frac{\overrightarrow{dp}}{dt} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$$

4
Les travaux des forces

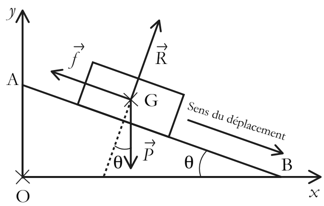
Le travail d'une force appliqué à un système est l'énergie fournie par cette force lorsque le système se déplace.

Travail d'une force constante W	Travail effectué par une force $\vec{F}$ se déplaçant de A à B : $dW_{(\vec{F})} = \vec{F}.\overrightarrow{d(AB)}$  Par intégration : $W_{(\vec{F})} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = \lvert F \times AB \rvert \times \cos\theta$	W : le travail (J) F : la force (N) AB : la distance (m) Unité du travail : le joule (J) $J \equiv$ kg.m^2.s^{-2}

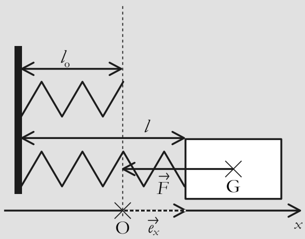
Si la force $\vec{F} \perp \overrightarrow{AB}$ ne travaille pas, W est nul.
Un travail positif est dit moteur.
Un travail négatif est dit résistant.

Application

Un système de masse m glisse le long de la ligne (AB) de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle θ.



Travail du poids $W_{(\vec{P})}$	Projection du vecteur force et du vecteur distance parcourue sur le repère défini sur le schéma : $\vec{P} = -mg.\vec{e_y}$ et $\overrightarrow{AB} = (x_b - x_a).\vec{e_x} + (y_b - y_a).\vec{e_y}$ Expression du travail du poids : $W_{(\vec{P})} = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = -mg.\vec{e_y}.[(x_b - x_a).\vec{e_x} + (y_b - y_a).\vec{e_y}]$ $W_{(\vec{P})} = -mg.(y_b - y_a)$ Équation générale du travail du poids : $W_{(\vec{P})} = -mg.(y_b - y_a)$ Le travail du poids ne dépend que de la variation de hauteur au cours du déplacement.

Travail de la réaction du support $W_{(\vec{R})}$	Expression du travail de la réaction du support : $$W_{(\vec{R})} = \vec{R}.\vec{AB} = R \times AB \times \cos\theta$$ Or, $\vec{R} \perp \vec{AB}$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ d'où $\cos\theta = 0$. La réaction du support ne travaille pas : $$W_{(\vec{R})} = 0$$
Travail des forces de frottement $W_{(\vec{f})}$	Expression du travail des forces de frottement : $$W_{(\vec{R})} = \vec{f}.\vec{AB} = f \times \|AB\| \times \cos\theta$$ Or, $\vec{f} // \vec{AB}$ mais de sens opposé, $\theta = \pi$ d'où $\cos\theta = -1$. $$W_{(\vec{R})} = -f \times \|AB\|$$ Le travail des frottements est toujours négatif et donc résistant.
Travail de la force de rappel du ressort $W_{(\vec{F})}$	Projection du vecteur force et du vecteur distance parcourue sur le repère défini sur le schéma : $$\vec{P} = -k\,(l - l_0)\,\vec{e_x} = -kx\vec{e_x} \quad \text{et} \quad \vec{AB} = x\vec{e_x}$$  Expression du travail de la force de rappel élastique : $$dW_{(\vec{F})} = \vec{F}.\overrightarrow{d(AB)} = -kxdx$$ Par intégration : $$W_{(\vec{F})} = -\frac{1}{2}kx^2$$

5
Les énergies

L'énergie, en mécanique, est la capacité d'un système à produire un travail, ce qui entraîne un mouvement. L'unité des énergies est le joule (J).

Énergie cinétique E_c	L'énergie cinétique d'un système de masse m, et de vitesse v, se décrit par l'équation : $$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$	E_c : l'énergie cinétique (J) m : la masse du système (kg) v : la vitesse du système (m.s^{-1})
Théorème de l'énergie cinétique	Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un système entre deux positions 1 et 2 est égale à la somme des travaux des forces appliquées au système entre les deux positions : $$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \sum W_{(\vec{F})}$$	
Énergie potentielle E_p	Si une force est conservative (le travail ne dépend pas du chemin suivi mais de la position finale et initiale), alors son énergie potentielle est égale à l'opposé du travail de cette force : $$\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = -W_{(\vec{F})}$$	
Position d'équilibre r_{eq}	La position d'équilibre r_{eq} correspond à un minimum d'énergie potentielle $$\frac{dE_p(r_{eq})}{dr} = 0$$ Si la dérivée seconde de l'énergie potentielle au point r_{eq} est positive, alors l'équilibre est dit stable. Si la dérivée seconde de l'énergie potentielle au point r_{eq} est négative, alors l'équilibre est dit instable.	
Énergie mécanique E_m	L'énergie mécanique d'un système est la somme de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle E_p à tout instant appliquées au système : $$E_m = E_c + E_p$$	
Théorème de l'énergie mécanique	Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie mécanique d'un système entre deux positions 1 et 2 est nulle si les forces sont conservatives : $$\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_m = 0$$ Si les forces sont non conservatives (par exemple les frottements), alors la variation d'énergie mécanique est égale à la somme des travaux $W_{(\vec{F}_{nc})}$ des forces non conservatives : $$\Delta E_m = \sum W_{(\vec{F}_{nc})}$$	

Applications

Données : On pose l'intensité de pesanteur $g = 10$ m.s^{-2}.

Application 1 : Saut à l'élastique

Un individu de masse $m = 50$ kg saute à l'élastique d'un pont (point A). Pendant les 20 premiers mètres, il est en chute libre (jusqu'au point B).
Après ces 20 mètres, l'action de l'élastique se modélise par un ressort de masse négligeable et de raideur $k = 100$ N.m^{-1}.
Le référentiel est supposé galiléen et, au cours du mouvement, on néglige les frottements.

1. Déterminer la vitesse du sauteur à la fin de la chute libre (au point B).
2. Déterminer la hauteur totale de la chute (au point C).

Application 2 : Loi de Newton

Une dépanneuse de 2 tonnes tracte une voiture de masse $m = 500$ kg ; la dépanneuse applique une force F constante et horizontale. La voiture, initialement au repos (au point A), atteint au point B la vitesse de 72 km.h^{-1} en 10 secondes. On néglige les frottements.

1. Calculer la norme de la force F.
2. Calculer la distance parcourue pendant les 10 secondes.
3. Déterminer le travail de la force de traction pendant ces 10 secondes.
4. Déterminer la variation d'énergie cinétique ; montrer que le théorème de l'énergie cinétique est vérifié.

Application 3 : Théorème de l'énergie cinétique

Un enfant en luge glisse le long d'une piste d'une hauteur de 5 m. On note $m = 40$ kg la masse totale du système. La luge est soumise à des forces de frottement solide de norme $f = 105$ N. Il arrive au début de la piste en A avec une vitesse initiale de 1 m.s^{-1} et finit au bout de la piste en B avec une vitesse de 5 m.s^{-1}.

1. Déterminer le travail du poids entre les points A et B.
2. Déterminer l'expression du travail des forces de frottement entre les points A et B.
3. En déduire l'angle d'inclinaison de la piste.

Problèmes

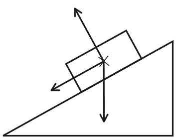
Problème 1 : Mécanique du point

Un mobile de 100 kg, initialement au repos, est propulsé par une force F sur un plan horizontal de longueur $AB = 10$ mètres. À la fin de la propulsion, le mobile atteint la vitesse de 18 km.h^{-1} et gravit un plan incliné d'un angle de 15°. Sur le plan incliné, il existe des forces de frottement solide $f = 10$ N.

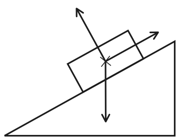
1. La norme de la force de propulsion F vaut :

☐ A 125
☐ B 250
☐ C 500
☐ D 750

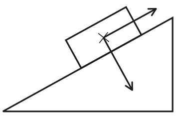
2. Parmi les schémas suivant, lequel représente le bilan des forces s'appliquant sur le mobile ?



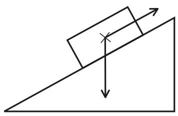
☐ A



☐ B



☐ C



☐ D

3. Jusqu'à quelle hauteur (en mètre) le mobile peut-il aller ?

☐ A 0,6
☐ B 1,2
☐ C 5,8
☐ D 10,3

Problème 2 : Dissociation d'une molécule diatomique

L'énergie potentielle d'interaction entre les atomes d'une molécule diatomique, séparés par une distance r, est donnée par l'expression du potentiel de Morse :

$$E(r) = A\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right]^2$$

A, r_0 et a sont des constantes.

1. Exprimer les forces d'interaction moléculaire.

☐ A $-2Aa\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right]$
☐ B $2A\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right]$
☐ C $-2aA\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right] \times e^{-a(r-r_0)}$
☐ D $-2Aa\left[e^{-a(r-r_0)}\right]^2$

2. L'expression de position d'équilibre r_{eq} vaut :

☐ A r_0
☐ B $2r_0$
☐ C $\frac{1}{r_0}$
☐ D $2a$

3. Cet équilibre se décrit comme :

☐ A $\left(\frac{d^2E_p}{dr^2}\right)_{r_{eq}} > 0$: l'équilibre est stable
☐ B $\left(\frac{d^2E_p}{dr^2}\right)_{r_{eq}} > 0$: l'équilibre est instable
☐ C $\left(\frac{d^2E_p}{dr^2}\right)_{r_{eq}} < 0$: l'équilibre est stable
☐ D $\left(\frac{d^2E_p}{dr^2}\right)_{r_{eq}} < 0$: l'équilibre est instable

4. L'énergie de dissociation de la molécule vaut :

☐ A $2aA$
☐ B a
☐ C aA
☐ D A

Problème 3 : Interaction gravitationnelle

Un satellite S de masse $m = 2\,000$ kg est en orbite circulaire de rayon r autour de la Terre, de masse M. On néglige tous les frottements. On considère un repère cylindrique $(O\,;\vec{e}_r,\ \vec{e}_\theta)$, où O est le centre de la Terre.

1. L'expression de l'accélération est :

☐ A $r\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r}\vec{e}_r$
☐ B $\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r}\vec{e}_r$
☐ C $\frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r}\vec{e}_r$
☐ D $r\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r}\vec{e}_r$

2. L'expression de la vitesse que possède le satellite sur son orbite est :

☐ A $\frac{G\,M}{r}$
☐ B $\sqrt{\frac{G\,M}{r}}$
☐ C $\sqrt{\frac{G\,mM}{r}}$
☐ D $\frac{G\,m}{r}$

3. La période de révolution du satellite autour de la Terre est :

☐ A $\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$
☐ B $2\pi\sqrt{\frac{r}{GM}}$
☐ C $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$
☐ D $2\pi\frac{G\,m}{r}$

4. L'expression de l'énergie potentielle créée par le champ gravitationnel terrestre sur le satellite est :

☐ A $-\frac{GM}{r}$
☐ B $-\frac{Gm\,M}{r^2}$
☐ C $\frac{GmM}{r}$
☐ D $-\frac{Gm\,M}{r}$

5. L'expression de l'énergie mécanique associée à cette orbite est :

- ☐ A $-\frac{GM}{r}$
- ☐ B $-\frac{Gm\,M}{r^2}$
- ☐ C $\frac{2GmM}{r}$
- ☐ D $-\frac{Gm\,M}{2r}$

Corrigé des applications

Corrigé de l'application 1 : Saut à l'élastique

---

1. La première question peut être résolue en utilisant soit la deuxième loi de Newton (solution a), soit le théorème de l'énergie cinétique (solution b).

   Solution a

   Système étudié : le sauteur de centre de gravité G.
   Le référentiel est terrestre, supposé galiléen.
   Les forces appliquées au système pendant les 20 premiers mètres : le poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$.
   D'après la deuxième loi de Newton, on écrit :

   $$m\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{P}$$

   Par projection sur le repère cartésien $(O\,;\,\overrightarrow{e}_y)$, on écrit :

   $$\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = mg\overrightarrow{e}_y$$

   Le mouvement ne se fait que sur un seul axe (Oy) ; la projection de l'accélération sera :

   $$\overrightarrow{a_G} = a\overrightarrow{e}_y$$

   La deuxième loi de Newton s'écrit alors $ma\overrightarrow{e}_y = mg\overrightarrow{e}_y$ donc $a = g$.
   De plus, on sait que $\overrightarrow{a} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$.
   Le mouvement ne se fait que sur une dimension. Par intégration par rapport au temps, on peut calculer la vitesse en fonction du temps et l'équation horaire du mouvement :

   $$a = \frac{dv}{dt} \text{ on peut écrire } \frac{dv}{dt} = g$$

   Par intégration, $v = gt + k$. On sait qu'à $t = 0$ s la vitesse est nulle, donc $k = 0$.

   $$v(t) = gt$$

   De plus, $v = \frac{dy}{dt} = gt$.
   En intégrant une deuxième fois, on obtient $y = \frac{g}{2}t^2 + k'$. À $t = 0$ s, $x = 0$ m donc $k' = 0$.

   $$y(t) = \frac{g}{2}t^2$$

   On peut déterminer le temps au bout de 10 mètres de chute :

   $$t = \sqrt{\frac{2x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{g}} = 2 \text{ s}$$

   et on en déduit la vitesse : $v\,(2 \text{ s}) = \frac{10}{2} \times 2^2 = 20 \text{ m.s}^{-1}$.

Solution b

Le système n'est soumis qu'à une seule force ; on écrit le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{(\vec{P})}$$

La vitesse initiale est nulle et le travail du point s'écrit :

$$W_{(\vec{P})} = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = |mg \times AB| \times \cos\theta$$

Or, le poids et le déplacement sont dans le même sens et la même direction donc $\theta = 0°$.

$$W_{(\vec{P})} = mg.(y_B - y_A) \text{ avec } y_A = 0 \text{ m et } y_B = 20\text{m}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgy_B \text{ donc } v_B = \sqrt{2gy_B}$$

Lors d'une chute libre sans vitesse initiale à toutes hauteurs H, on détermine la vitesse :

$$v = \sqrt{2gH}$$

Application numérique :

$$v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = \sqrt{400} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

2. Maintenant le système est soumis à deux forces, le poids et la force de rappel du ressort ; on écrit le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W_{(\vec{P})} + W_{(\vec{F})}$$

Au point C, la vitesse est nulle et le travail du poids s'écrit :

$$W_{(\vec{P})} = mg.(y_C - y_B) \text{ avec } y_B = 20 \text{ m}$$

La travail de la force de rappel du ressort s'écrit :

$$W_{(\vec{F})} = -\frac{k}{2}.(l - l_0)^2$$

avec l la taille finale du ressort soit y_C et l_o la longueur à vide soit y_B. Ainsi :

$$W_{(\vec{F})} = -\frac{k}{2} \times (y_C - y_B)^2$$

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit alors :

$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = mg.\,(y_C - y_B) - \frac{1}{2}k.(y_C - y_B)^2$$

Il faut résoudre cette équation du deuxième ordre. Pour simplifier, on pose $y_C - y_B = X$, ce qui conduit à résoudre :

$$\frac{1}{2}k.X^2 - mg.X - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0$$

Application numérique :

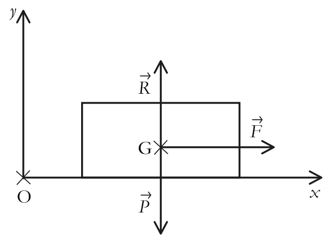
$$50.X^2 - 500.X - 10^4 = 0$$

Discriminant : $\Delta = 500^2 + 4 \times 50 \times 10^4 = 2{,}25 \times 10^6$ donc $\sqrt{\Delta} = 1\,500$.
La seule solution positive est $X = \frac{500+1\,500}{2\times 50} = 20$ m.
On a donc $y_B = 20$ m et $y_c = 40$ m.

Corrigé de l'application 2 : Loi de Newton

Système étudié : la voiture de centre de gravité G.
Le référentiel est terrestre, supposé galiléen.
Les forces appliquées au système :

- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- la réaction du support $\vec{R}$;
- la force de traction de la dépanneuse $\vec{F}$.



D'après la deuxième loi de Newton, on écrit :

$$m\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}$$

Par projection sur le repère cartésien $(O\,;\,\vec{e}_x,\,\vec{e}_y)$, on écrit :

- le poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_y$;
- la réaction du support $\vec{R} = R\vec{e}_y$;
- la force de traction de la dépanneuse $\vec{F} = F\vec{e}_x$.

Le mouvement ne se fait que sur un seul axe (Ox) ; la projection de l'accélération sera :

$$\overrightarrow{a_G} = a\vec{e}_x$$

La deuxième loi de Newton s'écrit alors :

$$ma\vec{e}_x = -mg\vec{e}_y + R\vec{e}_y + F\vec{e}_x$$

Par projection sur $\vec{e}_x$, on obtient $ma\vec{e}_x = F\vec{e}_x$.
Par projection sur $\vec{e}_y$, on obtient $\vec{0} = -mg\vec{e}_y + R\vec{e}_y$.
En utilisant le résultat de la projection sur $\vec{e}_x$, on déduit $ma = F$ donc $a = \frac{F}{m}$.
L'accélération ne fait pas partie des données du problème mais nous avons accès aux vitesses. De plus, on sait que :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

Le mouvement ne se fait que sur une dimension. Par intégration par rapport au temps, on peut calculer la vitesse en fonction du temps et l'équation horaire du mouvement :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Par intégration, $v = \frac{F}{m}t + k$. On sait qu'à $t = 0$ s la vitesse est nulle, donc $k = 0$.

$$v(t) = \frac{F}{m}t$$

En intégrant une deuxième fois, on obtient $x = \frac{F}{2m}t^2 + k'$. À $t = 0$ s, $x = 0$ m donc $k' = 0$.

$$x(t) = \frac{F}{2m}t^2$$

1. L'équation de la vitesse nous permet de calculer la force de traction :
   La vitesse est donnée en km.h^{-1}, elle doit être convertie en m.s^{-1} :

$$v = 72 \times \frac{1\,000}{3\,600} = \frac{72}{3{,}6} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = \frac{F}{m}t \quad \text{donc} \quad F = \frac{vm}{t} = \frac{20 \times 500}{10} = 1\,000 \text{ N}$$

2. L'équation horaire nous permet de calculer la distance parcourue en 10 s.

$$x\,(t) = \frac{F}{2m}t^2$$

   Application numérique :

$$x\,(10 \text{ s}) = \frac{1\,000}{2 \times 500}10^2 = 100 \text{ m}$$

3. Le travail de la force s'écrit $W_{(\vec{F})} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = |F \times AB| \times \cos\theta$. Le déplacement et la force sont dans le même sens, donc $\theta = 0°$.

$$W_{(\vec{F})} = F \times x\,(10 \text{ s}) = 1\,000 \times 100 = 10^5 \text{ J}$$

4. Le théorème de l'énergie cinétique implique :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \sum W_{(\vec{F})} = W_{(\vec{F})} + W_{(\vec{P})} + W_{(\vec{R})}$$

   Or le poids et la réaction du support ne travaillent pas car les forces sont perpendiculaires au déplacement $\theta = 90°$ d'où $(\cos\theta) = 0$ donc $W_{(\vec{P})} = W_{(\vec{R})} = 0$.
   On écrit $\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{(\vec{F})}$. Pour vérifier cette équation, on calcule :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 20^2 - 0 = 10^5 \text{ J} = W_{(\vec{F})}$$

   Cela vérifie le théorème de l'énergie cinétique.

Corrigé de l'application 3 : Théorème de l'énergie cinétique

1. L'équation générale du travail du poids entre les points A et B est $W_{(\vec{P})} = -mg.(y_b - y_a)$.

$$y_b - y_a = -5 \text{ m}$$
$$W_{(\vec{P})} = -40 \times 10 \times (-5) = 2\,000 \text{ N}$$

Le travail du poids est positif donc moteur.

2. L'équation générale du travail de la force de frottement est $W_{(\vec{P})} = -f \times |AB|$.

$$sin(\theta) = \frac{|y_b - y_a|}{|AB|}$$

$$W_{(\vec{f})} = -105 \times \frac{5}{\sin(\theta)}$$

3. D'après le théorème de l'énergie cinétique, on peut écrire :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \sum W_{(\vec{F})} = W_{(\vec{P})} + W_{(\vec{f})}$$

Application numérique :

$$\frac{1}{2} \times 40 \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 40 \times 1^2 = 2\,000 - 105 \times \frac{5}{\sin(\theta)}$$

$$\sin(\theta) = \frac{525}{2\,000 - 480} = 0{,}34 \text{ d'où } \theta = 20°$$

Corrigé des problèmes

Corrigé du problème 1 : Mécanique du point

Coup d'œil sur les réponses

1	2	3
A	A	B

1. Solution : réponse A

   D'après le théorème de l'énergie cinétique, on peut écrire entre le point initial A et le point final B à 10 mètres :

   $$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{(\vec{F})}$$

   Le travail de la force s'écrit $W_{(\vec{F})} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = |F \times AB| \times \cos\theta$. Le déplacement et la force sont dans le même sens, donc $\theta = 0°$.

   La vitesse initiale est nulle et la vitesse en B vaut $v_B = 18$ km.h^{-1}.

   Application numérique :

   $$\frac{1}{2} \times 100 \times 5^2 = 10 \times F$$

   $$F = 125 \text{ N}$$

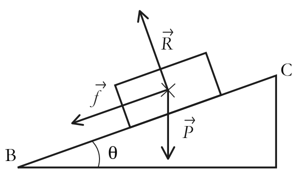
2. Solution : réponse A

   Système étudié : le mobile.

   Le référentiel est terrestre, supposé galiléen.

   Les forces appliquées au système sont :

   - le poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
   - la réaction du support $\vec{R}$;
   - les frottements $\vec{f}$.



3. Solution : réponse B

   D'après le théorème de l'énergie cinétique, entre le point B et la hauteur maximum C, on peut écrire :

   $$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = \sum W_{(\overrightarrow{\text{Force}})} = W_{(\vec{f})} + W_{(\vec{P})} + W_{(\vec{R})}$$

   La vitesse en C est nulle car le mobile s'arrête.

   La réaction du support ne travaille pas car la force est perpendiculaire au déplacement :

   $$\theta = 90° \text{ d'où } \cos(\theta) = 0 \text{ donc } W_{(\vec{R})} = 0$$

Le travail du poids entre les points B et C s'écrit :

$$W_{(\vec{P})} = -mg.(y_C - y_B) \text{ avec } y_B = 0 \text{ m}$$

$$W_{(\vec{P})} = -10 \times 100 \times y_C$$

Le travail de la force de frottement s'écrit $W_{(\vec{f})} = \vec{f}.\overrightarrow{BC} = |f \times BC| \times \cos\theta$ avec $\theta = 180^\circ$ d'où $\cos(\theta) = -1$. De plus, $\sin\theta = \frac{y_C}{|BC|}$ donc $|BC| = \frac{y_C}{\sin\theta}$.
Donc $W_{(\vec{f})} = -f \times BC = -10 \times \frac{y_C}{\sin\theta}$.
Application numérique :

$$-\frac{1}{2} \times 100 \times 5^2 = -10 \times \frac{y_C}{\sin(15)} - 1\,000 \times y_C$$

$$y_C = 1{,}2 \text{ m}$$

Corrigé du problème 2 : Dissociation d'une molécule diatomique

---

Coup d'œil sur les réponses

1	2	3	4
C	A	A	D

1. Solution : réponse C
   La force d'interaction dérive de l'énergie potentielle :

$$F = -\frac{dE_p}{dr}$$

   En dérivant l'expression de l'énergie potentielle par rapport à la distance r, si $E(r) = A\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right]^2$, alors :

$$F = -2Aa\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right] \times e^{-a(r-r_0)}$$

2. Solution : réponse A
   La position d'équilibre correspond à un minimum d'énergie potentielle, ce qui correspond mathématiquement au calcul de la distance r_{eq} lorsque la dérivée de l'énergie potentielle est nulle.

$$\frac{dE_p}{dr} = A\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right] \times ae^{-a(r-r_0)} = 0$$

$$1 - e^{-a(r_{eq}-r_0)} = 0$$

   On en déduit que $-a\,(r_{eq} - r_0) = \ln(1)$. La position d'équilibre se trouve en $r_{eq} = r_0$.

3. Solution : réponse A

   Si la dérivée seconde de l'énergie potentielle au point r_{eq} est positive, alors l'équilibre est dit stable.

   Si la dérivée seconde de l'énergie potentielle au point r_{eq} est négative, alors l'équilibre est dit instable.

$$\frac{dE_p}{dr} = A\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right] \times ae^{-a(r-r_0)} = aAe^{-a(r-r_0)} - aAe^{-2a(r-r_0)}$$

$$\frac{d^2E_p}{dr^2} = -a^2Ae^{-a(r-r_0)} + 2a^2Ae^{-2a(r-r_0)}$$

   Pour $r_0 = r$, on obtient :

$$\left(\frac{d^2E_p}{dr^2}\right)_{r_0} = -a^2Ae^{-a(r_0-r_0)} + 2a^2Ae^{-2a(r_0-r_0)} = 2a^2A - a^2A = a^2A$$

$$\left(\frac{d^2E_p}{dr^2}\right)_{r_{eq}} = a^2A$$

   Les constantes étant définies comme positives, l'équilibre est stable.

4. Solution : réponse D

   L'énergie de dissociation d'une molécule correspond à l'énergie potentielle lorsque les atomes constituant la molécule sont séparés, donc quand $r = \infty$.

$$E(\infty) = A\left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right]^2 = A\left[1 - e^{-\infty}\right]^2 = A$$

Corrigé du problème 3 : Interaction gravitationnelle

Coup d'œil sur les réponses

1	2	3	4	5
A / C	B	C	D	D

1. Solution : réponses A et C

   Par projection sur le repère cylindrique $(O\,;\vec{e}_r,\,\vec{e}_\theta)$, on écrit $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$. En dérivant, on obtient la vitesse du satellite :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\vec{e}_r}{dt}$$

   L'orbite est circulaire, donc la distance r est constante : $\frac{dr}{dt} = 0$. De plus, la dérivée du vecteur unitaire cylindrique est $\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta$:

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta$$

La norme de la vitesse s'écrit :

$$v = r\frac{d\theta}{dt}$$

En dérivant la vitesse, on obtient l'expression de l'accélération :

$$\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = r\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{e}_\theta + r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} \quad \text{avec} \quad \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_r$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = r\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{e}_\theta - r(\frac{d\theta}{dt})^2\vec{e}_r$$

De plus, si $v = r\frac{d\theta}{dt}$, alors $(\frac{d\theta}{dt})^2 = \frac{v^2}{r}$ et sa dérivée $\frac{dv}{dt} = r\frac{d^2\theta}{dt^2}$, donc :

$$\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = r\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r}\vec{e}_r = \frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r}\vec{e}_r$$

2. Solution : réponse B
   Système étudié : le satellite de masse m.
   Le référentiel est géocentrique galiléen (centre de la Terre).
   Les forces appliquées au système : l'interaction gravitationnelle de la Terre sur le satellite $\vec{F}_{T/s} = -\frac{Gm\,M}{r^2}\vec{e}_r$.
   D'après la deuxième loi de Newton, on écrit :

$$m\vec{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{F}_{T/s} = -\frac{Gm\,M}{r^2}\vec{e}_r$$

   En utilisant l'expression de l'accélération dans le repère d'étude, on obtient :

$$m\left(\frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r}\vec{e}_r\right) = -\frac{Gm\,M}{r^2}\vec{e}_r$$

   Par projection sur $\vec{e}_r$:

$$-m\frac{v^2}{r} = -\frac{Gm\,M}{r^2}$$

   L'expression de la vitesse du satellite est :

$$v = \sqrt{\frac{G\,M}{r}}$$

3. Solution : réponse C
   L'orbite est un cercle ; on peut exprimer la période de révolution T du satellite :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

4. Solution : réponse D
   La force d'interaction gravitationnelle dérive de son énergie potentielle :

$$F = -\frac{dE_p}{dr}$$

UE3

Physique et biophysique

Dounia Drahy

PACES

Destiné aux étudiants en première année commune aux études de santé (PACES), cet ouvrage apporte, en un seul volume, les connaissances et les outils essentiels en physique et biophysique (UE 3).

Le programme est développé en 17 chapitres, composés de rappels de cours et d'une centaine d'exercices incluant plus de 200 QCM corrigés et commentés. L'étudiant y trouvera toutes les clés pour réviser et se préparer de manière autonome aux épreuves du concours.

SOMMAIRE :

ISBN 978-2-311-40000-7

9 782311 400007

www.Vuibert.fr